福島県立医科大学

2014年 医学部 第2問

$\boxed{2}$ $\mathrm{OA}=\mathrm{OB}=1$，$\angle\mathrm{AOB}<\dfrac{\pi}{2}$ の $\triangle\mathrm{OAB}$ を含む平面を H とする．平面 H 上に無い点Cから平面 H，直線OA，直線OBに下ろした垂線の足をそれぞれD，E，Fとする．$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\vec{c}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}$，$p=\vec{a}\cdot\vec{b}$，$q=\vec{b}\cdot\vec{c}$，$r=\vec{c}\cdot\vec{a}$ として，以下の問いに答えよ．ただし，$\vec{a}\cdot\vec{b}$ は $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積である．

(1) $\vec{a}\cdot\overrightarrow{\mathrm{DE}}=0$ であることを示せ．

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OE}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OF}}$ をそれぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ および p，q，r で表せ．

(3) EFの長さを p，q，r で表せ．

(4) $p=\dfrac{1}{5}$，$q=1$，$r=2$ であるとき，ODの長さを求めよ．