

2013年 理学部 第1問


 数理
石井K

1 大中小3つのサイコロを同時に投げ、出た目をそれぞれ a, b, c とする。さらに、 a, b, c のうちで、最小の数を S とし、最大の数を T とする。

- (1) $S = 2$ となる確率を求めよ。
 (2) $S \leq 2$ かつ $T = 6$ となる確率を求めよ。
 (3) S の期待値を求めよ。

(1) a, b, c がすべて 2 以上 となるのは $5^3 = 125$ 通り

a, b, c がすべて 3 以上 となるのは $4^3 = 64$ 通り

$$\therefore S = 2 \text{ となるのは } 125 - 64 = 61 \text{ 通り} \quad \therefore \frac{61}{6^3} = \frac{61}{216} //$$

(2) (i) $S = 1$ かつ $T = 6$ となるとき。

出る目は $\{1, 1, 6\}, \{1, 2, 6\}, \{1, 3, 6\}, \{1, 4, 6\}, \{1, 5, 6\}, \{1, 6, 6\}$
 並べかえは $\uparrow 3$ 通り $\uparrow 6$ 通り $\uparrow 3$ 通り

$\therefore 30$ 通り

(ii) $S = 2$ かつ $T = 6$ となるとき。

出る目は $\{2, 2, 6\}, \{2, 3, 6\}, \{2, 4, 6\}, \{2, 5, 6\}, \{2, 6, 6\}$
 $\uparrow 3$ 通り $\uparrow 6$ 通り $\uparrow 3$ 通り

$\therefore 24$ 通り

$$(i), (ii) \text{ より } \frac{30+24}{6^3} = \frac{54}{6^3} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} //$$

(3) (1) と同じようにして。

$$S = 1 \cdots \frac{6^3 - 5^3}{6^3}, \quad S = 2 \cdots \frac{5^3 - 4^3}{6^3}, \quad S = 3 \cdots \frac{4^3 - 3^3}{6^3}$$

$$S = 4 \cdots \frac{3^3 - 2^3}{6^3}, \quad S = 5 \cdots \frac{2^3 - 1^3}{6^3}, \quad S = 6 \cdots \frac{1}{6^3}$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{期待値}) &= 1 \times \frac{6^3 - 5^3}{6^3} + 2 \times \frac{5^3 - 4^3}{6^3} + 3 \times \frac{4^3 - 3^3}{6^3} + 4 \times \frac{3^3 - 2^3}{6^3} + 5 \times \frac{2^3 - 1^3}{6^3} + 6 \times \frac{1}{6^3} \\ &= \frac{49}{24} // \end{aligned}$$