2010 年 第 1 問

$\boxed{1}$ 平面上に，点 O，A を $|\overrightarrow{\mathrm{OA}}| = 1$ であるようにとる．O を中心に A を反時計回りに，$\dfrac{\pi}{6}$ 回転させた位置にある点を B，$\dfrac{\pi}{2}$ 回転させた位置にある点を C とする．$\overrightarrow{a} = \overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{b} = \overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\overrightarrow{c} = \overrightarrow{\mathrm{OC}}$ と表す．次の問に答えよ．

(1) $\overrightarrow{b}$ を $\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{c}$ を用いて表せ．

(2) △OAB の面積と △OBC の面積をそれぞれ求めよ．

(3) 直線 AC と直線 OB との交点を D とする．また，B を通って直線 AC に平行な直線と，直線 OA との交点を E とする．$\overrightarrow{d} = \overrightarrow{\mathrm{OD}}$，$\overrightarrow{e} = \overrightarrow{\mathrm{OE}}$ と表す．このとき，$|\overrightarrow{d}|$ と $|\overrightarrow{e}|$ をそれぞれ求めよ．

(4) 次の式を満たす点 P の存在する領域の面積を求めよ．

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = s\overrightarrow{e} + t\overrightarrow{c}, \quad (0 \leqq s,\ 0 \leqq t,\ 1 \leqq s + t \leqq 2)$$