# 大阪薬科大学

2011年 薬学部 第1問

数理
石井K

**1** 次の問いに答えなさい．

(1) $(x+y+1)^{10}$ の展開式で，$x^5y^3$ の係数は $\boxed{\phantom{00}}$ である．　2520

(2) $1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4+4\cdot5+\cdots+n(n+1)=\boxed{\phantom{00}}$ である．ただし，$n$ は正の整数である．　$\frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$

(3) △ABC において，$\sin B\sin C=\dfrac{3bc}{4a^2}$ が成り立つとき，$A=\boxed{\phantom{00}}$ である．ただし，$A=\angle\mathrm{CAB}$，$B=\angle\mathrm{ABC}$，$C=\angle\mathrm{BCA}$，また，$a=\mathrm{BC}$，$b=\mathrm{CA}$，$c=\mathrm{AB}$ である．　$60°, 120°$

(4) $a$，$b$，$s$，$t$ を 1 でない正の実数とし，$\log_a s+\log_b t=3$，$\log_s a+\log_t b=4$ が成り立つとき，$(\log_a s)(\log_b t)$ の値は $\boxed{\phantom{00}}$ である．　$\frac{3}{4}$

(5) $x$ を 0 でない実数とするとき，関数 $f(x)=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-\left(x+\dfrac{1}{x}\right)$ の最小値を調べなさい．

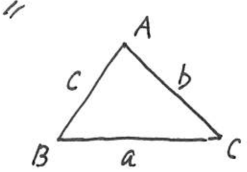
(1) $\dfrac{10!}{5!3!2!}=\underline{2520}$ //

(2) (与式) $=\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k(k+1)=\sum_{k=1}^{n}k^2+\sum_{k=1}^{n}k=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)+\frac{1}{2}n(n+1)$

$=\underline{\dfrac{1}{3}n(n+1)(n+2)}$ //

(3) 正弦定理より．$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$　$\therefore \sin B=\dfrac{b\sin A}{a}$

同様に，$\sin C=\dfrac{c\sin A}{a}$



$\therefore \sin B\cdot\sin C=\dfrac{bc\sin^2 A}{a^2}$　$\therefore \dfrac{bc\sin^2 A}{a^2}=\dfrac{3bc}{4a^2}$

$\therefore \sin^2 A=\dfrac{3}{4}$　$0°<A<180°$ より $\sin A>0$ なので $\sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　$\therefore \underline{A=60°, 120°}$ //

(4) $\log_s a+\log_t b=\dfrac{\log_a a}{\log_a s}+\dfrac{\log_b b}{\log_b t}=\dfrac{1}{\log_a s}+\dfrac{1}{\log_b t}=\dfrac{\log_a s+\log_b t}{(\log_a s)\cdot(\log_b t)}$

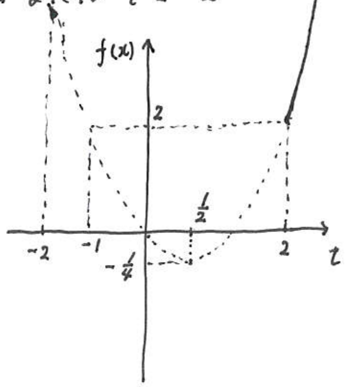
$\log_a s+\log_b t=3$ より　$\dfrac{3}{(\log_a s)\cdot(\log_b t)}=4$　$\therefore \underline{(\log_a s)(\log_b t)=\dfrac{3}{4}}$ //

(5) $t=x+\dfrac{1}{x}$ とおくと　$x>0$ のとき．$x+\dfrac{1}{x}\geqq 2\sqrt{x\cdot\dfrac{1}{x}}=2$　$\therefore t\geqq 2$

同様に $x<0$ のとき．$t\leqq -2$　よって $t\geqq 2$ または $t\leqq -2$

$f(x)=t^2-t$

$=\left(t-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{1}{4}$




$\therefore$ $\underline{f(x) \text{ の最小値は } 2\ (x=1 \text{ のとき})}$ //

$t=2$ より $x+\dfrac{1}{x}=2$

$\therefore x=1$