

2016年薬学部第3問

3 次の問いに答えなさい。

点  $O$  を原点とする  $xy$  座標平面上に点  $A(2, 4)$  と点  $B(5, 2)$ , および直線  $l$  がある。(1)  $l$  の方程式は  $y = \frac{1}{2}(-x + 1)$  である。(i) 点  $P$  が  $l$  上の点であるとき, 内積  $\vec{OA} \cdot \vec{OP}$  の値を求めよ。(ii)  $l$  上の  $P$  に対し,  $|\vec{OP}|^2$  のとり得る最小の値を求めよ。(2)  $a$  を 1 以上の定数とする.  $xy$  座標平面上の点  $Q$  が, 線分  $AQ$  の中点  $M$  を用いて,

$$a|\vec{AQ}|^2 = 4|\vec{OM}|^2 + 4|\vec{BM}|^2$$

を満たしながら動くとき, その  $Q$  の軌跡を  $C$  とする。(i)  $C$  が直線となるとき,  $a$  の値を求めよ。(ii)  $a = 1$  のとき,  $C$  上の  $Q$  に対し,  $|\vec{OQ}|^2$  のとり得る最小の値を求めよ。