

2012年 商学部 第4問

4 $-1 < x < 1$ を定義域とする関数 $f_p(x) = \frac{x-p}{1-px}$, $f_q(x) = \frac{x-q}{1-qx}$ ($-1 < p < 1$, $-1 < q < 1$) について, 次の問いに答えよ.

- (1) 定義域内のすべての x に対して, $-1 < f_q(x) < 1$ を示せ.
- (2) 定義域内のすべての x に対して, $f_p(f_q(x)) = \frac{x-r}{1-rx}$ を満たすとき, r を p と q を用いて表し, $-1 < r < 1$ を示せ. ただし, $f_p(f_q(x))$ は $f_p(y) = \frac{y-p}{1-py}$ に $y = f_q(x)$ を代入したものを意味するものとする.
- (3) 定義域内のすべての x に対して, $f_p(f_q(x)) = f_q(x)$ を満たす p を求めよ.