愛知教育大学

2013 年 第 1 問

数理 石井K

$\boxed{1}$ $0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ とする．

$$y = \{2\cos 2x - (3+3\sqrt{3})\cos x + 3\sqrt{3} + 2\}\cos x$$

の最大値・最小値と，そのときの x の値をそれぞれ求めよ．

$$y = \{2(2\cos^2 x - 1) - (3+3\sqrt{3})\cos x + 3\sqrt{3} + 2\}\cos x$$

$$= \{4\cos^2 x - (3+3\sqrt{3})\cos x + 3\sqrt{3}\}\cos x$$

$$= 4\cos^3 x - (3+3\sqrt{3})\cos^2 x + 3\sqrt{3}\cos x$$

ここで，$t = \cos x$ とおくと，$0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ より，$0 \leqq t \leqq 1$

$\therefore$ $y = 4t^3 - (3+3\sqrt{3})t^2 + 3\sqrt{3}t$ $(0 \leqq t \leqq 1)$ と表せる．

$$y' = 12t^2 - 6(1+\sqrt{3})t + 3\sqrt{3}$$

$$= (2t - \sqrt{3})(6t - 3)$$

$$= 3(2t - \sqrt{3})(2t - 1)$$

$\therefore$ $y' = 0$ となるのは，$t = \dfrac{\sqrt{3}}{2}, \dfrac{1}{2}$

t	0	$\cdots$	$\frac{1}{2}$	$\cdots$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\cdots$	1
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	$\nearrow$	$\frac{3\sqrt{3}-1}{4}$	$\searrow$	$\frac{9-3\sqrt{3}}{4}$	$\nearrow$	1
			極大		極小		

右の増減表と，

$0 < \dfrac{9-3\sqrt{3}}{4} < 1 < \dfrac{3\sqrt{3}-1}{4}$ より

$t = \dfrac{1}{2} \iff x = \dfrac{\pi}{3}$

$t = 0 \iff x = \dfrac{\pi}{2}$

最大値は，$\dfrac{3\sqrt{3}-1}{4}$ $\left(x = \dfrac{\pi}{3}\text{ のとき}\right)$，最小値は 0 $\left(x = \dfrac{\pi}{2}\text{ のとき}\right)$ //