

2013年 医学部 第4問

4 次の問いに答えよ.

- (1) 関数  $y = x \log x - x$  ( $x > 0$ ) の増減を調べ, そのグラフをかけ.
- (2)  $a$  を正の実数とする. 曲線  $C: y = \log(x+1)$  上の点  $(t, \log(t+1))$  における接線  $l_t$  が, 曲線  $C_a: y = a \log x$  上の点  $(s, a \log s)$  における接線にもなっているとき,  $t$  と  $s$  の関係を  $a$  を含まない式で表せ.
- (3) 任意に与えられた  $t > -1$  に対して, 直線  $l_t$  が曲線  $C_a$  の接線にもなっているような  $a$  が唯一つ存在すること, および  $a > 1$  であることを示せ.
- (4) 直線  $l_t$  が曲線  $C_a$  の接線になっているとき, その接点の  $x$  座標を  $s(t)$  とかくことにする.  $s(t)$  を  $t$  の関数とみて増減を調べ, さらに  $\lim_{t \rightarrow \infty} (s(t) - t)$  を求めよ.