

2010年 歯学部 第3問

3  $I_n = \int_0^c \sin^n x \cos^5 x dx$ ,  $J_n = \int_0^c \sin^n x \cos x dx$ ,  $K_n = J_n - J_{n+2}$  とおくとき, 次の問いに答えよ.  
ただし,  $n$  は自然数であり,  $c$  は正の定数である.

(1)  $I_n$  を  $K_n$  と  $K_{n+2}$  を用いて表せ.

(2)  $A_n = \sum_{m=1}^n I_m$  を  $K_1, K_2, K_{n+1}, K_{n+2}$  を用いて表せ.

(3)  $c = \frac{\pi}{2}$  のとき,  $K_n = \frac{2}{(n+a_1)(n+a_2)}$  となる定数  $a_1$  と  $a_2$  を求めよ. ただし,  $a_1 < a_2$  とする.

(4)  $c = \frac{\pi}{2}$  のとき,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha(A_n + \beta)n^2 = 1$  となる定数  $\alpha$  と  $\beta$  を求めよ.