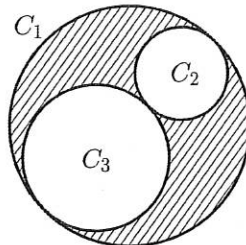


2014年 商学部 第4問

4 下図のように半径1の円 C_1 の内部に半径 x の円 C_2 と半径 $(1-x)$ の円 C_3 が内接している。ただし $0 < x < 1$ とする。円 C_1 の内部で円 C_2 と円 C_3 の外部の部分(図の斜線部分)の面積の最大値を求めよ。



(1) 斜線部分の面積を S とあくと。

$$S = \pi \cdot 1^2 - \pi x^2 - \pi (1-x)^2 \quad (0 < x < 1)$$

$$= \pi \{ 1 - x^2 - (1-x)^2 \}$$

$$= \pi (2x - 2x^2)$$

$$= -2\pi (x^2 - x)$$

$$= -2\pi \left\{ \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \right\}$$

$$= -2\pi \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{\pi}{2}$$

よって 最大値 $\frac{\pi}{2}$ ($x = \frac{1}{2}$ のとき)