# 立教大学

2015年 経済（経済、会計）・観光（観光）・コミュ（スポーツ） 第3問



$\boxed{3}$ 次の条件を満たす数列 $\{a_n\}$ を考える．

$$a_1=4,\quad a_{n+1}=\frac{1}{2}\{3+(-1)^n\}a_n-1\quad (n=1,\ 2,\ \cdots)$$

このとき，次の問に答えよ．

(1) 奇数番目の項のみからなる数列を $\{b_n\}$，偶数番目の項のみからなる数列を $\{c_n\}$ とする．つまり，$b_n=a_{2n-1}$，$c_n=a_{2n}$ とする．$b_{n+1}$，$c_n$，$b_n$ が次の関係式を満たすとき，定数 $A$，$B$，$C$，$D$ の値をそれぞれ求めよ．

$$\begin{aligned} b_{n+1}&=Ac_n+B \\ c_n&=Cb_n+D \end{aligned}\qquad (n=1,\ 2,\ \cdots)$$

(2) (1)において $c_n$ を消去し，$b_{n+1}$ を $b_n$ を用いて表せ．

(3) 数列 $\{b_n\}$，$\{c_n\}$ の一般項をそれぞれ $n$ を用いて表せ．

(4) 数列 $\{a_n\}$ の第1項から第 $2k$ 項までの和 $S_{2k}$ を $k$ を用いて表せ．

(1) $a_{2n+1}=\frac{1}{2}\{3+(-1)^{2n}\}a_{2n}-1$

$=2a_{2n}-1$

$\therefore b_{n+1}=2c_n-1$　　$\therefore \underline{A=2,\ B=-1}$ //

$a_{2n}=\frac{1}{2}\{3+(-1)^{2n-1}\}a_{2n-1}-1$

$=a_{2n-1}-1$

$\therefore c_n=b_n-1$　　$\therefore \underline{C=1,\ D=-1}$ //

(2) $b_{n+1}=2c_n-1$ に $c_n=b_n-1$ を代入して，$\underline{b_{n+1}=2b_n-3}$ //

(3) (2)より，$b_{n+1}-3=2(b_n-3)$

$\therefore$ 数列 $\{b_n-3\}$ は初項 $b_1-3=a_1-3=1$，公比2の等比数列

$\therefore b_n-3=1\cdot 2^{n-1}$　　$\therefore \underline{b_n=2^{n-1}+3}$ //　　$c_n=b_n-1$ より，$\underline{c_n=2^{n-1}+2}$ //

(4) $S_{2k}=b_1+c_1+b_2+c_2+\cdots+b_k+c_k$

$=\sum_{i=1}^{k}(b_i+c_i)$

$=\sum_{i=1}^{k}(2^i+5)$

$=\underline{2^{k+1}+5k-2}$ //