

2015年現代心理(心理)・コミュ(コミュ)・観光(交流)・経営第1問 1枚目/2枚

数理
石井K

1 次の空欄 [ア] ~ [コ] に当てはまる数または式を記入せよ。

- (1) 2つの自然数 p, q が $p^2 + pq + q^2 = 19$ を満たすとき, $p+q = \boxed{\text{ア}}$ である. $\frac{1}{4}$ 5 -2
- (2) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, $\sin^2 \theta + \cos \theta - 1$ の最大値は $\boxed{\text{イ}}$ であり, 最小値は $\boxed{\text{ウ}}$ である.
- (3) $S = \frac{1}{1+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{9}} + \frac{1}{\sqrt{9}+\sqrt{13}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{45}+\sqrt{49}}$ とすると, S の値は $\boxed{\text{エ}}$ である.
- (4) 方程式 $\log_{\sqrt{2}}(2-x) + \log_2(x+1) = 1$ の解をすべて求めると, $x = \boxed{\text{オ}}$ である. $\frac{3}{2}$
- (5) 等式 $f(x) = x^2 + 3 \int_0^1 f(t) dt$ を満たす関数は, $f(x) = \boxed{\text{カ}}$ である. 1, 1- $\sqrt{3}$
- (6) 座標空間における4点 $A(1, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$, $C(0, 0, 3)$, $D(x, 4, 5)$ が同一平面上にあるとき, $x = \boxed{\text{キ}}$ である. - $\frac{8}{3}$ $x^2 - \frac{1}{2}$
- (7) 3次方程式 $x^3 - x^2 + ax + b = 0$ の解の1つが $1+i$ のとき, $a = \boxed{\text{ク}}$, $b = \boxed{\text{ケ}}$ である. ただし, a, b は実数とし, i は虚数単位とする. 0 2
- (8) 三角形ABCの辺の長さが $AB = 4$, $BC = 5$, $CA = 6$ のとき, 三角形ABCの面積は $\boxed{\text{コ}}$ である.

(1) $p^2 < 19$ より. $1 \leq p \leq 4$ $\frac{15}{4}\sqrt{17}$

(i) $p=1$ のとき. $8^2 + 8 - 18 = 0$ これは整数解をもたず不適.

(ii) $p=2$ のとき. $8^2 + 28 - 15 = 0 \therefore (8+5)(8-3) = 0 \therefore 8 = 3$

(iii) $p=3$ のとき. $8^2 + 38 - 10 = 0 \therefore (8+5)(8-2) = 0 \therefore 8 = 2$

(iv) $p=4$ のとき. $8^2 + 48 - 3 = 0$ これは整数解をもたず不適

(i) ~ (iv) より. $p+q=5$

(2) $f(\theta) = \sin^2 \theta + \cos \theta - 1$ とおくと $f(\theta) = -\cos^2 \theta + \cos \theta$

$\therefore f(\theta) = -(\cos \theta - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4}$ また, $0 \leq \theta < 2\pi$ より. $-1 \leq \cos \theta \leq 1$ であるから

最大値 $\frac{1}{4}$, 最小値 -2

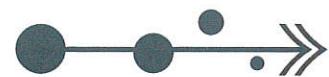
(3) $S = \frac{\sqrt{5}-1}{4} + \frac{\sqrt{9}-\sqrt{5}}{4} + \frac{\sqrt{13}-\sqrt{9}}{4} + \dots + \frac{\sqrt{49}-\sqrt{45}}{4} = \frac{\sqrt{49}-1}{4} = \frac{3}{2}$

(4) 底の変換公式より. $\frac{\log_2(2-x)}{\log_2 \sqrt{2}} + \log_2(x+1) = 1 \therefore \log_2(2-x)^2(x+1) = \log_2 2 \cdots (*)$

真数条件より. $2-x > 0, x+1 > 0 \therefore -1 < x < 2 \cdots \textcircled{1}$

(*) より. $(x-1)(x^2-2x-2) = 0 \therefore \textcircled{1}$ より. $x = 1, 1-\sqrt{3}$

2枚目へつづく



2015年現代心理(心理)・コミュ(コミュ)・観光(交流)・経営第1問

2枚目/2枚

数理
石井K

1 次の空欄 [ア] ~ [コ] に当てはまる数または式を記入せよ。

- (1) 2つの自然数 p, q が $p^2 + pq + q^2 = 19$ を満たすとき, $p + q =$ [ア] である.
- (2) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, $\sin^2 \theta + \cos \theta - 1$ の最大値は [イ] であり, 最小値は [ウ] である.
- (3) $S = \frac{1}{1+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{9}} + \frac{1}{\sqrt{9}+\sqrt{13}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{45}+\sqrt{49}}$ とすると, S の値は [エ] である.
- (4) 方程式 $\log_{\sqrt{2}}(2-x) + \log_2(x+1) = 1$ の解をすべて求めると, $x =$ [オ] である.
- (5) 等式 $f(x) = x^2 + 3 \int_0^1 f(t) dt$ を満たす関数は, $f(x) =$ [カ] である.
- (6) 座標空間における4点 $A(1, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$, $C(0, 0, 3)$, $D(x, 4, 5)$ が同一平面上にあるとき, $x =$ [キ] である.
- (7) 3次方程式 $x^3 - x^2 + ax + b = 0$ の解の1つが $1+i$ のとき, $a =$ [ク], $b =$ [ケ] である. ただし, a, b は実数とし, i は虚数単位とする.
- (8) 三角形ABCの辺の長さが $AB = 4$, $BC = 5$, $CA = 6$ のとき, 三角形ABCの面積は [コ] である.

(5) $f(x) = x^2 + 3a$ (a :定数)とおくと.

$$\begin{aligned} a &= \int_0^1 f(t) dt \\ &= \left[\frac{x^3}{3} + 3ax \right]_0^1 \\ &= 3a + \frac{1}{3} \\ \therefore a &= -\frac{1}{6} \quad \therefore f(x) = x^2 - \frac{1}{2} \end{aligned}$$

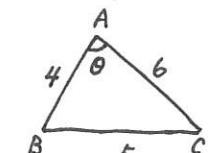
(8) $\angle A = \theta$ とおくと.

余弦定理より.

$$5^2 = 4^2 + 6^2 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \cos \theta$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{9}{16}$$

$$\therefore \sin \theta = \sqrt{1 - (\frac{9}{16})^2} = \frac{5}{16}\sqrt{7}$$



$$\therefore \Delta ABC = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 \cdot \frac{5}{16}\sqrt{7}$$

$$= \frac{15}{4}\sqrt{7}$$

(6) $\vec{AD} = s\vec{AB} + t\vec{AC}$ (s, t :実数)と表せるので:

$$(x-1, 4, 5) = s(-1, 2, 0) + t(-1, 0, 3)$$

$$\therefore t = \frac{5}{3}, s = 2, x-1 = -\frac{11}{3} \quad \therefore x = -\frac{8}{3}$$

実数係数の方程式なので,

(7) 共役な複素数 $1-i$ も解となる。マーカシートなので証明なしで使った。実数解を α とおくと、解と係数の関係より。

(証明は長くなりるのでチェック)

$$1+i + 1-i + \alpha = 1 \quad \therefore \alpha = -1$$

しておこう！

$$\alpha = -(1+i) - (1-i) + (1+i)(1-i) = 0$$

$$-b = (1+i)(1-i) \cdot (-1) \quad \therefore b = 2$$