旭川医科大学

2010年 医学部 第3問

3 関数 $f(x)=\sin x\left(-\dfrac{\pi}{2}\leqq x\leqq\dfrac{\pi}{2}\right)$ の逆関数を $g(x)\,(-1\leqq t\leqq 1)$ とおくとき，次の問いに答えよ．

(1) $-1<x<1$ のとき，$g'(x)$ を x を用いて表せ．

(2) 曲線 $y=\sin^2 x\,(0\leqq x\leqq\pi)$ と直線 $y=t\,(0<t<1)$ の2つの交点の x 座標を，それぞれ α，$\beta\,(\alpha<\beta)$ とおくとき，$\displaystyle\int_\alpha^\beta \sin^2 x\,dx$ を t と関数 g を用いて表せ．

(3) $h(t)=\dfrac{2}{\pi}\displaystyle\int_\alpha^\beta \sin^2 x\,dx-\sqrt{1-t^2}\,(0<t<1)$ とおくとき，$h(t)<0\,(0<t<1)$ を示し $h(t)$ を最小にする t の値を求めよ．