

2014年工・情報・環境学部(A)第2問


 数理
石井K

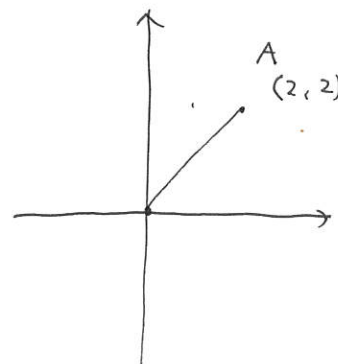
2 曲線 $C: y = -5x^3 + 21x$ と直線 $l: y = x$ の交点のうち x 座標が正である点を A とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 A の座標を求めよ。
 (2) C 上の点 P の x 座標を t とするとき、 $\triangle OAP$ の面積 S を t の式で表せ。ただし、 $0 < t < 2$ とする。
 (3) $0 < t < 2$ とするとき、(2) で求めた S の最大値とそのときの t の値を求めよ。

$$(1) -5x^3 + 21x - x = 0$$

$$\therefore -5x(x^2 - 4) = 0 \quad \therefore x = 0, \pm 2$$

$$x > 0 \text{ より } \underline{A(2, 2)}$$



$$(2) P(t, -5t^3 + 21t)$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} |2t - 2(-5t^3 + 21t)|$$

$$= |t + 5t^3 - 21t|$$

$$= |5t(t^2 - 4)|$$

$$0 < t < 2 \text{ より } S = \underline{-5t^3 + 20t}$$

$$-5 \cdot \frac{8}{3\sqrt{3}} + 20 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{-40 + 120}{3\sqrt{3}} = \frac{80}{3\sqrt{3}}$$

$$(3) S' = -15t^2 + 20$$

$$= -15\left(t^2 - \frac{4}{3}\right)$$

$$\therefore \underline{\text{最大値 } \frac{80}{9}\sqrt{3} \text{ (} t = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ のとき)}}$$

t	(0)	...	$\frac{2}{\sqrt{3}}$...	(2)
S'		+	0	-	
S		↗	$\frac{80\sqrt{3}}{9}$	↘	

極大