

2010年医学部第11問

11 三角形の3辺の中点が $(-2, -1)$, $(3, 2)$, $(-1, 5)$ であるとき, この三角形の3つの頂点のうち, 最も大きい y 座標をもつ頂点の y 座標の値を求めよ.

三角形の3つの頂点をそれぞれ

$P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2), P_3(x_3, y_3)$ とおいて.

辺 P_1P_2 の中点が $(-2, -1)$,

辺 P_2P_3 の中点が $(3, 2)$,

辺 P_3P_1 の中点が $(-1, 5)$ であるとする.

$$\frac{x_1+x_2}{2} = -2, \quad \frac{y_1+y_2}{2} = -1, \quad \frac{x_2+x_3}{2} = 3, \quad \frac{y_2+y_3}{2} = 2, \quad \frac{x_3+x_1}{2} = -1, \quad \frac{y_3+y_1}{2} = 5$$

$$\text{よって} \begin{cases} y_1+y_2 = -2 & \dots \textcircled{1} \\ y_2+y_3 = 4 & \dots \textcircled{2} \\ y_3+y_1 = 10 & \dots \textcircled{3} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} \text{ より } 2(y_1+y_2+y_3) = 12$$

$$\therefore y_1+y_2+y_3 = 6$$

$$\text{これと} \textcircled{1} \text{ より } y_3 = 8$$

$$\text{同様にして } y_1 = 2, \quad y_2 = -4$$

$$\therefore \max\{y_1, y_2, y_3\} = \underline{\underline{8}}$$