



2018年医(医)・理(数理・物理・地環)・工・歯第3問

3 数列 $\{a_n\}$ が自然数 $n = 1, 2, \dots$ に対して関係式

$$a_{n+2} - 5a_{n+1} + 6a_n = 0 \quad \dots\dots(*)$$

を満たすとき、「数列 $\{a_n\}$ は漸化式 $(*)$ を満たす」という。このとき、次の各問いに答えよ。

- (1) 初項と公比がともに $r (\neq 0)$ である等比数列で漸化式 $(*)$ を満たす数列 $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ の一般項をそれぞれ求めよ。ただし, $b_1 > c_1$ とする。
- (2) 二つの数列 $\{d_n\}$, $\{e_n\}$ がともに漸化式 $(*)$ を満たすとき, 二つの実数 k, l に対して $f_n = kd_n + le_n$ で定められる数列 $\{f_n\}$ も漸化式 $(*)$ を満たすことを示せ。
- (3) (1) で得られた数列 $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ と二つの実数 k, l に対して, $a_n = kb_n + lc_n$ とおくとき, $a_1 = 21$, $a_2 = 57$ を満たす数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。