2014年 理系 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ 次の空欄(a)〜(g)を適当に補え．

(1) 2次方程式 $x^2-2x+2=0$ の2つの解を α，β とするとき，$\dfrac{\beta}{\alpha}+\dfrac{\alpha}{\beta}$ の値は $\boxed{\text{(a)}}$ である．　0

(2) $\vec{0}$ でない2つのベクトル $\vec{a}$ と $\vec{b}$ は，なす角が 60° で，$|\vec{a}|=2|\vec{b}|$ である．$\vec{a}+\vec{b}$ と $2\vec{a}+t\vec{b}$ が垂直であるとき，t の値は $\boxed{\text{(b)}}$ である．　-5

(3) $a^x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$ のとき，$\dfrac{a^{3x}-a^{-3x}}{a^x-a^{-x}}$ の値は $\boxed{\text{(c)}}$ である．　11

(4) 円 $x^2+y^2-2x-4y-4=0$ 上の点Aと，円 $x^2+y^2-12x-14y+81=0$ 上の点Bについて，AとBの距離の最小値は $\boxed{\text{(d)}}$ である．　$5\sqrt{2}-5$

(5) 6枚のコインを同時に投げるとき，ちょうど3枚のコインが表になる確率は $\boxed{\text{(e)}}$ である．　$\dfrac{5}{16}$

(6) 定数 a，b に対して，$\displaystyle\lim_{x\to a}\frac{x^2-b}{x-a}=6$ が成り立つとする．このとき，$a=\boxed{\text{(f)}}$，$b=\boxed{\text{(g)}}$ である．　3　9

(1) 解と係数の関係から．$\alpha+\beta=2$，$\alpha\beta=2$　$\therefore\ \dfrac{\beta}{\alpha}+\dfrac{\alpha}{\beta}=\dfrac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\dfrac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}=\underline{0}$ //

(2) $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(2\vec{a}+t\vec{b})=2|\vec{a}|^2+(t+2)\vec{a}\cdot\vec{b}+t|\vec{b}|^2$ ⋯ (*)

ここで $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos 60^\circ=|\vec{b}|^2$

$\therefore$ (*) $=0$ より．$8|\vec{b}|^2+(t+2)|\vec{b}|^2+t|\vec{b}|^2=0$　$|\vec{b}|\neq 0$ より．$2t+10=0$

$\therefore\ \underline{t=-5}$ //

(3) $\dfrac{a^{3x}-a^{-3x}}{a^x-a^{-x}}=a^{2x}+1+a^{-2x}$

$=(a^x+a^{-x})^2-1$

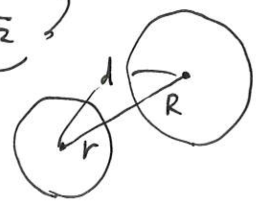
$=(2\sqrt{3})^2-1$

$=\underline{11}$ //

ここで，$a^{-x}=(a^x)^{-1}$

$=\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

$=\sqrt{3}-\sqrt{2}$



(4) $(x-1)^2+(y-2)^2=9$，$(x-6)^2+(y-7)^2=4$

中心間のキョリは $\sqrt{(6-1)^2+(7-2)^2}=5\sqrt{2}$　$\therefore\ \underline{5\sqrt{2}-5}$ //

(5) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^3\cdot{}_6C_3=\dfrac{20}{64}=\underline{\dfrac{5}{16}}$ //

(6) 不定形 $\dfrac{0}{0}$ になるためには，$a^2-b=0$　$\therefore\ b=a^2$

$\therefore$ (与式) $=\displaystyle\lim_{x\to a}\frac{(x-a)(x+a)}{x-a}=\lim_{x\to a}(x+a)=2a$　$\therefore\ \underline{a=3,\ b=9}$ //