

2013年薬学部第5問

5 数列 $\{a_n\}$ は $a_1 = 3$, $a_{n+1} = a_n + 4$ で定められている。一般項を求めると $a_n = \boxed{}$ である。また、数列 $\{b_n\}$ は $b_1 = 1$, $b_{n+1} = 2b_n + 8$ で定められている。一般項を求めると $b_n = \boxed{}$ である。 $c_n = a_n + b_n$ とおくと数列 $\{c_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n を求めると $S_n = \boxed{}$ である。

漸化式より $\{a_n\}$ は初項 3, 公差 4 の等差数列。

$$\therefore a_n = 3 + 4(n-1) \quad \therefore \underline{a_n = 4n - 1} //$$

$b_{n+1} + 8 = 2(b_n + 8)$ \therefore 数列 $\{b_n + 8\}$ は初項 $b_1 + 8 = 9$,

公比 2 の等比数列。 $\therefore b_n + 8 = 9 \cdot 2^{n-1}$

$$\therefore \underline{b_n = 9 \cdot 2^{n-1} - 8} //$$

$$c_n = a_n + b_n = 9 \cdot 2^{n-1} - 8 + 4n - 1 = 9 \cdot 2^{n-1} + 4n - 9$$

$$\therefore S_n = \sum_{k=1}^n 9 \cdot 2^{k-1} + 4k - 9$$

$$= \frac{9(1-2^n)}{1-2} + 4 \cdot \frac{1}{2} n(n+1) - 9n$$

$$= 9(2^n - 1) + 2n(n+1) - 9n$$

$$= 9 \cdot 2^n - 9 + 2n^2 - 7n$$

$$= \underline{9 \cdot 2^n + 2n^2 - 7n - 9} //$$