

2014年 全学群 第3問

 数理
石井K

 3 a を実数の定数とする. $C: x^2 + y^2 + 2ax - 4ay + 6a^2 - 1 = 0$ について, 以下の問に答えなさい.

 (1) C が円を表すとき, a の取りうる値の範囲は, $\boxed{-1} < a < \boxed{1}$ である.

 (2) C が半径最大の円となるときの, その中心の座標は, $(\boxed{0}, \boxed{0})$ である.

 (3) C が円を表すとき, その中心の軌跡は,

 直線 $y = \boxed{-2}x$ の $\boxed{-1} < x < \boxed{1}$ の部分である.

$$(1) (x+a)^2 + (y-2a)^2 = 1-a^2$$

$$\therefore 1-a^2 > 0$$

$$\therefore a^2 < 1$$

$$\therefore \underline{-1 < a < 1}$$

$$(2) (\text{半径}) = \sqrt{1-a^2} \text{ より}$$

$$\text{半径が最大} \Rightarrow a=0$$

$$\text{このとき中心は} \underline{(0,0)}$$

 (3) 中心は $(-a, 2a)$ なので

 中心を (x, y) とおくと

$$\underline{y = -2x \text{ であり } x \text{ の範囲は } -1 < x < 1}$$