



2016年 理学部（個別日程）第3問

3 次の条件を満たす実数の数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ を考える.

$$a_1 = 1, \quad b_1 = 0, \quad \begin{cases} a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n - b_n) \\ b_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + b_n) \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

また, i を虚数単位とし, 複素数 z_n を $z_n = a_n + b_n i$ とする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) $z_{n+1} = \alpha z_n$ となる複素数 α を求めよ.
- (2) (1) で求めた複素数 α を極形式で $\alpha = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ と表すとき, r と θ を求めよ. ただし, $0 \leq \theta < 2\pi$ とする.
- (3) $n \geq 1$ に対して, z_n を極形式で $z_n = r_n(\cos \theta_n + i \sin \theta_n)$ と表すとき, r_n と θ_n を n を用いて表せ. ただし, $\theta_n \geq 0$ とする.
- (4) $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$ を求めよ.
- (5) N を自然数とするとき, $\sum_{n=1}^{4N} a_n$ を N を用いて表せ.