0002047632597999

立教大学

2014年 現代心理（映像）・社会・コミュ（福祉） 第3問　1枚目/2枚

数理 石井K

$\boxed{3}$ 2次関数 $f(x)$ は，$\displaystyle\int_y^{y+2} f(x)\,dx = 2y^2+4y+2$ を満たすとする．このとき，次の問に答えよ．

(1) $f(x)$ を求めよ．

(2) 数列 $\{a_n\}$ を

$$\int_1^{n+1} f(x)\,dx = \sum_{k=1}^{n} a_k \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

となるように定める．数列 $\{a_n\}$ の一般項を n を用いて表せ．

(3) (2)で求めた数列 $\{a_n\}$ について，

$$\sum_{k=1}^{m} ka_k \quad (m=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

を m を用いて表せ．ただし因数分解された形で解答すること．

(4) (2)で求めた数列 $\{a_n\}$ について，

$$\sum_{k=1}^{m} \frac{1}{a_k} \quad (m=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

を m を用いて表せ．

(1) $f(x)=ax^2+bx+c \quad (a\neq 0)$ とおくと．

$$\begin{aligned}\int_y^{y+2} f(x)\,dx &= \left[\frac{a}{3}x^3+\frac{b}{2}x^2+cx\right]_y^{y+2}\\ &= \frac{a}{3}(y+2)^3+\frac{b}{2}(y+2)^2+c(y+2)-\frac{a}{3}\cdot y^3-\frac{b}{2}y^2-cy\\ &= 2ay^2+(4a+2b)y+\frac{8}{3}a+2b+2c\end{aligned}$$

∴（与式）の右辺と係数を比較して．$a=1,\ b=0,\ c=-\frac{1}{3}$

∴ $\underline{f(x)=x^2-\frac{1}{3}}$ //

(2) $a_n=\displaystyle\sum_{k=1}^{n}a_k-\sum_{k=1}^{n-1}a_k=\int_1^{n+1}f(x)\,dx-\int_1^{n}f(x)\,dx=\int_n^{n+1}f(x)\,dx \quad (n=2,3,\cdots)$

$$\therefore\ a_n=\left[\frac{x^3}{3}-\frac{x}{3}\right]_n^{n+1}$$

$$= n^2+n \quad (n=2,3,\cdots)\ \cdots(*)$$

また，$a_1=\int_1^2 f(x)\,dx=2$ より $(*)$ は $n=1$ でも成り立つ　∴ $\underline{a_n=n^2+n}$ //

2枚目につづく．

立教大学

2014年 現代心理（映像）・社会・コミュ（福祉） 第3問 2枚目/2枚

数理 石井K

$\boxed{3}$ 2次関数 $f(x)$ は，$\int_{y}^{y+2} f(x)\,dx = 2y^2 + 4y + 2$ を満たすとする．このとき，次の問に答えよ．

(1) $f(x)$ を求めよ．

(2) 数列 $\{a_n\}$ を

$$\int_{1}^{n+1} f(x)\,dx = \sum_{k=1}^{n} a_k \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

となるように定める．数列 $\{a_n\}$ の一般項を n を用いて表せ．

(3) (2)で求めた数列 $\{a_n\}$ について，

$$\sum_{k=1}^{m} k a_k \quad (m = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

を m を用いて表せ．ただし因数分解された形で解答すること．

(4) (2)で求めた数列 $\{a_n\}$ について，

$$\sum_{k=1}^{m} \frac{1}{a_k} \quad (m = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

を m を用いて表せ．

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{m} k^3 + k^2 = \left\{\frac{1}{2}m(m+1)\right\}^2 + \frac{1}{6}m(m+1)(2m+1)$

$\displaystyle = \frac{1}{12}m(m+1)\{3m(m+1) + 2(2m+1)\}$

$\displaystyle = \underline{\frac{1}{12}m(m+1)(m+2)(3m+1)}$ //

(4) $\displaystyle\sum_{k=1}^{m} \frac{1}{k(k+1)} = \sum_{k=1}^{m}\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right)$

$\displaystyle = 1 - \frac{1}{m+1}$

$\displaystyle = \underline{\frac{m}{m+1}}$ //