

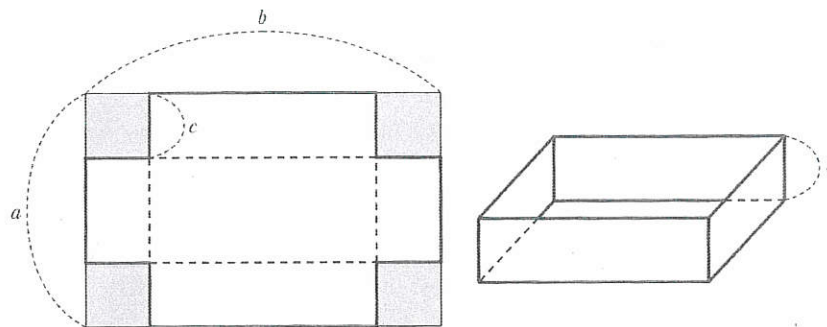


2016年 経済(経済、会計)・観光(観光)・コミュ(スポーツ) 第2問

1枚目/2枚

数理  
石井K

2 図のように辺の長さが  $a$  と  $b$  である長方形があり、 $ab = 1$  とする。この長方形の四隅から、一辺の長さが  $c$  ( $0 < c < \frac{1}{2}$ ) の正方形を切り取り、残った部分を組み立ててできる直方体の容器の容積を  $V$  とする。このとき、次の問いに答えよ。



図

- (1)  $0 < c < \frac{1}{2}$  を満たす  $c$  に対して、 $a$  と  $b$  が変化するとき、 $a$  の値の範囲を  $c$  を用いて表せ。  
 (2) 容積  $V$  を  $a$  と  $c$  を用いて表せ。  
 (3)  $a$  が (1) で求めた範囲にあるとき、 $V$  を最大にする  $a$  の値と、そのときの  $V$  の値を  $c$  を用いて表せ。  
 (4) (3) で求めた  $V$  の値を  $c$  の関数として  $M(c)$  で表す。このとき、 $M(c)$  を最大にする  $c$  の値と、そのときの  $M(c)$  の値を求めよ。

$$(1) a - 2c > 0 \text{ かつ } b - 2c > 0$$

$$b = \frac{1}{a} \text{ より、 } a > 2c \text{ かつ } \frac{1}{a} > 2c \quad \therefore \underline{2c < a < \frac{1}{2c}} //$$

$$(2) V = (a - 2c)(b - 2c) \cdot c$$

$$= (ab - 2ac - 2bc + 4c^2) \cdot c$$

$$= (1 - 2ac - \frac{2c}{a} + 4c^2) \cdot c$$

$$= \underline{-2ac^2 - \frac{2c^2}{a} + 4c^3 + c} //$$

$$(3) (2) \text{ で求めた } V \text{ を } V(a) \text{ と表すと、 } V'(a) = -2c^2 + \frac{2c^2}{a^2} = 2c^2 \cdot \frac{1-a^2}{a^2}$$

$$\therefore a > 0 \text{ より、 } V'(a) = 0 \text{ とするのは } a = 1 \text{ のとき}$$

これは  $2c < a < \frac{1}{2c}$  に含まれている。

$\therefore$  右の増減表より

$$\underline{a = 1 \text{ のとき、 } V \text{ は最大値 } 4c^3 - 4c^2 + c} //$$

$a$	$(2c)$	...	1	...	$(\frac{1}{2c})$
$V'(a)$		+	0	-	
$V(a)$		↑		↓	

$$V(1) = 4c^3 - 4c^2 + c$$

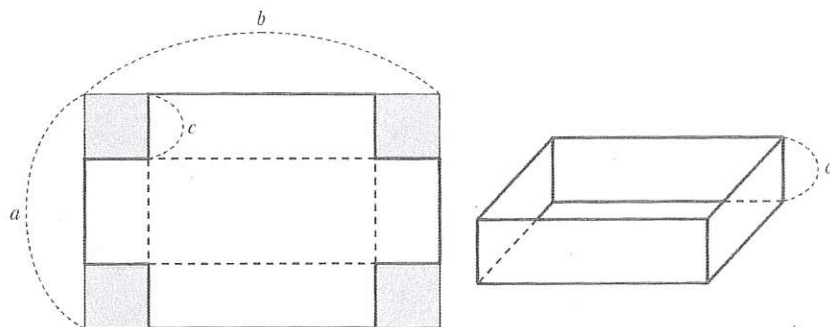


2016年 経済(経済、会計)・観光(観光)・コミュ(スポーツ) 第2問

2枚目/2枚



2 図のように辺の長さが  $a$  と  $b$  である長方形があり、 $ab = 1$  とする。この長方形の四隅から、一辺の長さが  $c$  ( $0 < c < \frac{1}{2}$ ) の正方形を切り取り、残った部分を組み立ててできる直方体の容器の容積を  $V$  とする。このとき、次の問いに答えよ。



図

- (1)  $0 < c < \frac{1}{2}$  を満たす  $c$  に対して、 $a$  と  $b$  が変化するとき、 $a$  の値の範囲を  $c$  を用いて表せ。
- (2) 容積  $V$  を  $a$  と  $c$  を用いて表せ。
- (3)  $a$  が (1) で求めた範囲にあるとき、 $V$  を最大にする  $a$  の値と、そのときの  $V$  の値を  $c$  を用いて表せ。
- (4) (3) で求めた  $V$  の値を  $c$  の関数として  $M(c)$  で表す。このとき、 $M(c)$  を最大にする  $c$  の値と、そのときの  $M(c)$  の値を求めよ。

$$(4) M(c) = 4c^3 - 4c^2 + c$$

$$M'(c) = 12c^2 - 8c + 1$$

$$= (2c-1)(6c-1)$$

∴ 右の増減表より

$c = \frac{1}{6}$  のとき、 $M(c)$  は最大値  $\frac{2}{27}$  をとる //

$c$	$(0)$	$\dots$	$\frac{1}{6}$	$\dots$	$(\frac{1}{2})$
$M'(c)$	/	+	0	-	/
$M(c)$	/	↗		↘	/

$$M\left(\frac{1}{6}\right) = 4 \cdot \frac{1}{216} - \frac{4}{36} + \frac{1}{6}$$

$$= \frac{2}{27}$$