



2018年理学部（数理）第4問

4 曲線 $y = \log x$ ($x > 0$) を C とする。 $a > 1$ とし、点 $(1, 0)$ における曲線 C の接線を L_1 、点 $A(a, \log a)$ における曲線 C の接線を L_a とする。このとき、次の問に答えよ。

(1) 不定積分 $\int (\log x)^2 dx$ を求めよ。

(2) 直線 L_a の方程式および直線 L_1 と直線 L_a の交点の x 座標を求めよ。

(3) 2直線 L_1 , L_a と曲線 C で囲まれた図形の面積を $S(a)$ とするとき、極限值 $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{S(a)}{a}$ を求めよ。ただし、

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{(\log a)^k}{a} = 0 \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \text{ を用いてよい。}$$

(4) 2直線 L_1 , L_a と曲線 C で囲まれた図形を x 軸の周りに1回転してできる立体の体積を $V(a)$ とするとき、極限值 $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{V(a)}{a \log a}$ を求めよ。ただし、 $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{(\log a)^k}{a} = 0$ ($k = 1, 2, 3, \dots$) を用いてよい。