



2017年理系第1問

1 次の問いに答えなさい。

(1) 正の整数 n に対して、

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)(2k+1)}$$

を求めなさい。

(2) 次のデータの分散を求めなさい。

100, 110, 70, 120, 100

(3) 定積分

$$\int_1^e \frac{\log x}{\sqrt[3]{x}} dx$$

を求めなさい。

$$\begin{aligned} (1) S_n &= \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k+1} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \dots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2n+1} \right) \\ &= \frac{n}{2n+1} \text{ 〃} \end{aligned}$$

$$(2) \bar{x} = \frac{1}{5}(100+110+70+120+100) = 100$$

$$\therefore S_x^2 = \frac{1}{5}(0^2+10^2+30^2+20^2+0^2) = \underline{280} \text{ 〃}$$

$$\begin{aligned} (3) (\text{与式}) &= \int_1^e \left(\frac{3}{2} x^{\frac{2}{3}} \right)' \log x dx \\ &= \left[\frac{3}{2} x^{\frac{2}{3}} \log x \right]_1^e - \int_1^e \frac{3}{2} x^{-\frac{1}{3}} dx \\ &= \frac{3}{2} e^{\frac{2}{3}} - \left[\frac{9}{4} x^{\frac{2}{3}} \right]_1^e \\ &= \underline{\frac{3}{4} (3 - \sqrt[3]{e^2})} \text{ 〃} \end{aligned}$$