

2013年学芸(英文)第1問



1 次の間に答えよ。

(1) 方程式

$$\log_2(x-1) + \log_4(x+4) = 1$$

を解け。

(2) 赤玉2個と白玉2個が入っている袋から、玉を次々に取り出していく。赤玉が2個出てくるまでに取り出す玉の個数の期待値を求めよ。ただし、取り出した玉は袋に戻さないものとする。

(1) 真数条件より、 $x > 1$, $\sqrt{x} > -4 \quad \therefore x > 1 \dots \textcircled{1}$

底の変換公式より、 $\log_4(x+4) = \frac{\log_2(x+4)}{\log_2 4} = \frac{1}{2} \log_2(x+4)$

\therefore 方程式は、 $2 \log_2(x-1) + \log_2(x+4) = 2$

$$\therefore \log_2(x-1)^2(x+4) = 2$$

$$\therefore (x-1)^2(x+4) = 4$$

$$\therefore x(x^2+2x-7) = 0$$

$$\therefore x = 0, -1 \pm 2\sqrt{2} \quad \textcircled{1} \text{より、} \underline{x = -1 + 2\sqrt{2}} //$$

(2) 赤玉が2個出てくるまでに取り出す玉の個数を X とおくと、 $2 \leq X \leq 4$

(i) $X = 2$ となる確率は、 $\frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

(ii) $X = 4$ となる確率は、4回目に赤が出る確率なので、 $\frac{1}{2}$

(iii) $X = 3$ となる確率は、余事象より、 $1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

$\therefore X$ の期待値 $E(X)$ は、 $E(X) = 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{3} + 4 \cdot \frac{1}{2}$

$$= \underline{\underline{\frac{10}{3}}} //$$

4個の玉の並べ方のうち、最後に赤玉がくるのは半分だから