龍谷大学

2010年 理系 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ 次の問いに答えなさい．

(1) 2次方程式 $x^2-3x-1=0$ の異なる2つの解が $\tan\alpha$，$\tan\beta$ であるとき，$\tan(\alpha+\beta)$ の値を求めなさい．

(2) 3点 P$(p,\ 6,\ -12)$，Q$(-1,\ -2,\ 2)$，R$(3,\ r,\ -5)$ が一直線上にあるとき，p と r の値をそれぞれ求めなさい．

(3) 数列 $\{a_n\}$ を $a_1=7$，$a_{n+1}=-2a_n+3$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ で定める．一般項 a_n を求めなさい．

(1) 解と係数の関係より，

$\tan\alpha+\tan\beta=3$，$\tan\alpha\cdot\tan\beta=-1$

よって，$\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\cdot\tan\beta}$

$=\dfrac{3}{1-(-1)}$

$=\underline{\dfrac{3}{2}}$ //

(2) $\overrightarrow{PQ}=(-1-p,\ -8,\ 14)$，$\overrightarrow{RQ}=(4,\ r+2,\ -7)$

3点 P，Q，R が一直線上にあるから，$\overrightarrow{PQ}=k\overrightarrow{RQ}$ となる実数 k が存在する．

$\therefore (-1-p,\ -8,\ 14)=k(4,\ r+2,\ -7)$

$$\therefore \begin{cases} -1-p=4k & \cdots① \\ -8=k(r+2) & \cdots② \\ 14=-7k & \cdots③ \end{cases}$$

③より $k=-2$

これを①，②に代入して，$\underline{p=7,\ r=2}$ //

(3) $a_{n+1}-1=-2(a_n-1)$

$\therefore$ 数列 $\{a_n-1\}$ は初項 $a_1-1=6$，公比 -2 の等比数列

$\therefore a_n-1=6\cdot(-2)^{n-1}$　　$\therefore a_n=6\cdot(-2)^{n-1}+1$

$\therefore \underline{a_n=-3\cdot(-2)^n+1}$ //