0002306363967999

# 龍谷大学

2016年 理系 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ 平面上の3点O，A，Bは $|\overrightarrow{OA}|=2$，$|\overrightarrow{OB}|=3$，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\dfrac{3}{2}$ を満たす．また，点Cは $\overrightarrow{OC}=k(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})$，$|\overrightarrow{OC}|=\dfrac{15}{2}$ を満たす．ただし，$k>0$ である．

(1) $k$ を求めなさい．

(2) 直線AB上の点Pと直線OB上の点Qが $\overrightarrow{OQ}=\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OP}$ を満たしている．$|\overrightarrow{OQ}|$ を求めなさい．

(1) $\overrightarrow{OC}=k(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})$ より，

$$|\overrightarrow{OC}|^2=k^2(|\overrightarrow{OA}|^2+2\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}+|\overrightarrow{OB}|^2)$$
$$=k^2\left(4+2\cdot\frac{3}{2}+9\right)$$
$$=16k^2$$

$k>0$ より，$|\overrightarrow{OC}|=4k$

$\therefore\ 4k=\dfrac{15}{2}$ となり，$\underline{k=\dfrac{15}{8}}$ //

(2) 点Pは直線AB上の点より，$\overrightarrow{AP}=m\overrightarrow{AB}$ と表せる

$$\therefore\ \overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AP}$$
$$=\overrightarrow{OA}+m(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA})$$
$$=(1-m)\overrightarrow{OA}+m\overrightarrow{OB}$$

$$\therefore\ \overrightarrow{OQ}=\frac{15}{8}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})+(1-m)\overrightarrow{OA}+m\overrightarrow{OB}$$
$$=\left(\frac{23}{8}-m\right)\overrightarrow{OA}+\left(m+\frac{15}{8}\right)\overrightarrow{OB}$$

点Qは直線OB上の点より，$\dfrac{23}{8}-m=0$　$\therefore\ m=\dfrac{23}{8}$

このとき，$\overrightarrow{OQ}=\dfrac{19}{4}\overrightarrow{OB}$

$$\therefore\ |\overrightarrow{OQ}|=\frac{19}{4}|\overrightarrow{OB}|$$
$$=\underline{\frac{57}{4}}\ //$$