



2015年工学部第3問

3 数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  を

$$a_n = (-1)^n \int_0^1 \frac{x^n}{1+x} dx \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$b_n = a_{n+1} - a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と定めるとき、次の問いに答えよ。ただし、対数は自然対数である。

(1)  $a_1 = \log 2 - 1$  を示せ。

(2)  $b_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}$  を示せ。

(3)  $a_n = \log 2 - \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k+1}}{k}$  ( $n = 2, 3, 4, \dots$ ) を示せ。

(4)  $x \geq 0$  のとき  $\frac{1}{1+x} \leq 1$  であることを用いて、 $|a_n| \leq \frac{1}{n+1}$  を示せ。

(5)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k}$  を求めよ。