



2016 年 情報コミュニケーション学部 第3問

3 1 辺の長さが 2 の正四面体 $OABC$ がある. 線分 AB を $p:(1-p)$ ($0 < p < 1$) に内分する点を D , 線分 OC を $q:(1-q)$ ($0 < q < 1$) に内分する点を E とする. また, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする.

(1) \overrightarrow{DE} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , p , q を用いて表し, 次の空欄 タ \sim ツ に p , q を用いた値や式を記せ.

$$\overrightarrow{DE} = (\text{タ}) \vec{a} + (\text{チ}) \vec{b} + (\text{ツ}) \vec{c} \quad \dots\dots \text{①}$$

(2) $|\overrightarrow{DE}|^2$ を求める過程を記した次の文章の空欄 テ \sim ト に適切な値や式を記せ.

$\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$ は, いずれも 1 辺の長さが 2 の正三角形だから,

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 2 \quad \dots\dots \text{②}$$

かつ,

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a} = \text{テ} \quad \dots\dots \text{③}$$

①, ②, ③ より, $|\overrightarrow{DE}|^2$ は p , q を用いて次のように表せる.

$$|\overrightarrow{DE}|^2 = 4(\text{ト}) \quad \dots\dots \text{④}$$

(3) 点 D , 点 E がそれぞれ AB , OC 上を動くとき, $|\overrightarrow{DE}|$ の最小値を求める過程を記した次の文章の空欄 ナ \sim ネ に適切な値や式を記せ.

④ は次のように変形できる.

$$|\overrightarrow{DE}|^2 = 4\{(p - \text{ナ})^2 + (q - \text{ニ})^2 + \text{ヌ}\} \quad \dots\dots \text{⑤}$$

⑤ より, $|\overrightarrow{DE}|$ は $p = \text{ナ}$, $q = \text{ニ}$ のとき最小値 ネ をとる.