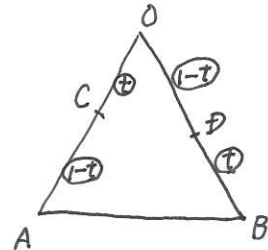




2012年 理系 第2問

2 辺の長さが1の正三角形OABを考える。辺OAを $t:(1-t)$ に内分する点をC、辺OBを $(1-t):t$ に内分する点をDとする。

- (1)  $\vec{DC}$  を  $\vec{OA}$ ,  $\vec{OB}$ ,  $t$  で表しなさい。  
 (2)  $\vec{OD} \cdot \vec{DC}$  の値が最大となるときの  $t$  の値を求めなさい。



$$(1) \vec{OC} = t\vec{OA}, \vec{OD} = (1-t)\vec{OB} \text{ よし}$$

$$\vec{DC} = \vec{OC} - \vec{OD} = \underline{t\vec{OA} - (1-t)\vec{OB}} \text{ ”}$$

$$(2) \vec{OD} \cdot \vec{DC} = (1-t)\vec{OB} \cdot \{t\vec{OA} - (1-t)\vec{OB}\}$$

$$= (1-t)t \vec{OA} \cdot \vec{OB} - (1-t)^2 |\vec{OB}|^2$$

$$\text{ここで, } \vec{OA} \cdot \vec{OB} = 1 \cdot 1 \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \text{ よし}$$

$$\vec{OD} \cdot \vec{DC} = \frac{1}{2}t(1-t) - (1-t)^2$$

$$= -\frac{3}{2}t^2 + \frac{5}{2}t - 1$$

$$= -\frac{3}{2}\left(t^2 - \frac{5}{3}t\right) - 1$$

$$= -\frac{3}{2}\left(t - \frac{5}{6}\right)^2 + \frac{25}{24} - 1$$

$$= -\frac{3}{2}\left(t - \frac{5}{6}\right)^2 + \frac{1}{24}$$

$$\therefore \vec{OD} \cdot \vec{DC} \text{ が最大となるときの } t \text{ は, } \underline{t = \frac{5}{6}} \text{ ”}$$