



2010年理系第3問

3  $x > 0$  の範囲で、関数

$$f(x) = \frac{3}{x^2} - \frac{4}{x} + 1$$

を考える。

- (1) 曲線  $y = f(x)$  と  $x$  軸との交点の座標を求めなさい。  
 (2)  $f(x)$  の増減を調べなさい。  
 (3) 曲線  $y = f(x)$  と  $x$  軸で囲まれた図形の面積を求めなさい。

$$(1) \frac{3}{x^2} - \frac{4}{x} + 1 = 0 \iff x^2 - 4x + 3 = 0 \quad (\text{両辺に } x^2 \text{ をかけた})$$

$$\therefore (x-3)(x-1) = 0 \quad \therefore x = 1, 3 \quad \therefore \underline{(1, 0), (3, 0)} //$$

$$(2) f(x) = 3x^{-2} - 4x^{-1} + 1 \text{ より}$$

$$f'(x) = -6x^{-3} + 4x^{-2}$$

$$= \frac{-6 + 4x}{x^3}$$

$x$	(0) ...	$\frac{3}{2}$	...	
$f'(x)$	$\times$	-	0	+
$f(x)$	$\times$	$\downarrow$	$-\frac{1}{3}$	$\uparrow$

$$\therefore x > 0 \text{ で } f'(x) = 0 \text{ となるのは } x = \frac{3}{2}$$

 $\therefore$  右の増減表となる

$$(3) S = \int_1^3 -\frac{3}{x^2} + \frac{4}{x} - 1 \, dx$$

$$= \left[ \frac{3}{x} + 4 \log x - x \right]_1^3$$

$$= 1 + 4 \log 3 - 3 - 3 + 1$$

$$= \underline{4(\log 3 - 1)} //$$

