



2012年文系第1問

 数理
石井K

1 次の問に答えよ。

(1) 次の数列の一般項を求めよ。

$$1, 5, 11, 19, 29, 41, \dots$$

(2) $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$ で, \vec{a} と \vec{b} のなす角が 60° であるとき, $|\vec{a} - 3\vec{b}|$ を求めよ。

(3) 次の数を小さい順に並べよ。

$$\log_3 5, \frac{1}{2} + \log_9 8, \log_9 26$$

(4) 次の定積分を求めよ。

$$\int_0^3 |x^2 - x - 2| dx$$

(1) 与えられた数列を $\{a_n\}$, その階差数列を $\{b_n\}$ とすると,

$$\{b_n\}: 4, 6, 8, 10, 12, \dots$$

$$\therefore b_n = 2n + 2$$

$$n \geq 2 \text{ のとき, } a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k \text{ であるから}$$

$$a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} (2k + 2) \quad (n \geq 2)$$

$$= 1 + (n-1)n + 2(n-1)$$

$$= n^2 + n - 1$$

これは, $n=1$ のときも成り立つ

$$\therefore \underline{a_n = n^2 + n - 1}$$

(2) $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos 60^\circ$

$$= 3 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$= 3$$

$$\therefore |\vec{a} - 3\vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 - 6\vec{a} \cdot \vec{b} + 9|\vec{b}|^2$$

$$= 9 - 6 \cdot 3 + 9 \cdot 4$$

$$= 27$$

$$\therefore \underline{|\vec{a} - 3\vec{b}| = 3\sqrt{3}}$$

$$(3) \log_3 5 = \frac{\log_q 5}{\log_q 3} \quad (\text{底の変換公式より})$$

$$= 2 \log_q 5$$

$$= \log_q 25$$

$$\frac{1}{2} + \log_q 8 = \log_q 3 + \log_q 8$$

$$= \log_q 24$$

$$\therefore \log_q 24 < \log_q 25 < \log_q 26 \text{ より}$$

$$\underline{\frac{1}{2} + \log_q 8 < \log_3 5 < \log_q 26}$$

(4) $x^2 - x - 2 = (x-2)(x+1)$ より

$$-1 \leq x \leq 2 \text{ ときは } x^2 - x - 2 \leq 0$$

$$x \leq -1, 2 \leq x \text{ ときは } x^2 - x - 2 \geq 0$$

$$\therefore (\text{与式}) = \int_0^2 -x^2 + x + 2 dx + \int_2^3 x^2 - x - 2 dx$$

$$= \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2x \right]_0^2 + \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x \right]_2^3$$

$$= -\frac{8}{3} + 2 + 4 + 9 - \frac{9}{2} - 6 - \frac{8}{3} + 2 + 4$$

$$= \underline{\frac{31}{6}}$$