0002172547287999

崇城大学

2015年 薬学部（1日目） 第2問

増田

$\boxed{2}$ 放物線 $y=-x^2+4$ 上に x 座標が正である点Pをとる．点Pにおけるこの放物線の接線と点Pで直交する直線を ℓ とするとき，次の各問に答えよ．

(1) この放物線上の点 $\left(-\dfrac{3}{2},\ \dfrac{7}{4}\right)$ を通るような直線 ℓ の方程式を求めよ．

(2) この放物線と x 軸で囲まれた図形は，(1)で求めた直線で3つの部分に分けられる．点(0, 4)，(0, 3)，(0, 2)を含む部分の面積をそれぞれ S_1，S_2，S_3 とするとき，$S_1:S_2:S_3$ を求めよ．

(1) 点Pの座標を $(p,\ -p^2+4)$ とおく。

$y'=-2x$ より．点Pにおける接線の傾きは $-2p$

それに直交する直線 ℓ の傾きは $\dfrac{1}{2p}$

傾き $\dfrac{1}{2p}$ で．点 $(p,\ -p^2+4)$ を通るので．

$$y-(-p^2+4)=\frac{1}{2p}(x-p)\ \cdots ①$$

さらに $\left(-\dfrac{3}{2},\ \dfrac{7}{4}\right)$ を通るので

$$\frac{7}{4}-(-p^2+4)=\frac{1}{2p}\left(-\frac{3}{2}-p\right)$$

$$p^2+\frac{3}{4p}-\frac{7}{4}=0$$

$$4p^3-7p+3=0$$

$$(p-1)(4p^2+4p-3)=0$$

$$(p-1)(2p-1)(2p+3)=0$$

仮定より $p>0$ なので、$p=1,\ \dfrac{1}{2}$

$p=1$ のとき、① に代入すると

$$y-3=\frac{1}{2}(x-1)$$

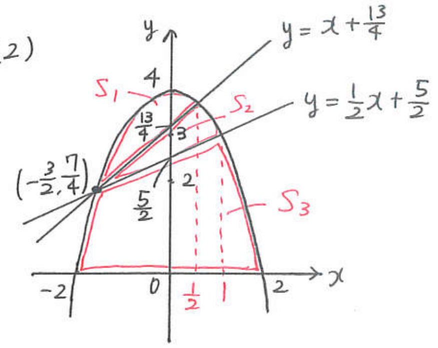
$$\underline{y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}}$$

$p=\dfrac{1}{2}$ のとき．① に代入すると

$$y-\frac{15}{4}=x-\frac{1}{2}$$

$$\underline{y=x+\frac{13}{4}}$$

(2)



$y=x+\dfrac{13}{4}$ と $y=-x^2+4$ の交点は

$$x+\frac{13}{4}=-x^2+4$$

$$x^2+x-\frac{3}{4}=0$$

$$\left(x+\frac{3}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)=0 \qquad \therefore x=\frac{1}{2},\ -\frac{3}{2}$$

$y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{2}$ と $y=-x^2+4$ の交点は

$$\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}=-x^2+4$$

$$x^2+\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}=0$$

$$\left(x+\frac{3}{2}\right)(x-1)=0 \qquad \therefore x=-\frac{3}{2},\ 1$$

$$S_1=\int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{1}{2}}\left\{(-x^2+4)-\left(x+\frac{13}{4}\right)\right\}dx$$

$$=\int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{1}{2}}\left\{-\left(x+\frac{3}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)\right\}dx$$

$$=\frac{1}{6}\left(\frac{1}{2}-\left(-\frac{3}{2}\right)\right)^3=\frac{4}{3}$$

同様に $S_1+S_2=\dfrac{1}{6}\left(1-\left(-\dfrac{3}{2}\right)\right)^3=\dfrac{125}{48}$

$$S_1+S_2+S_3=\frac{1}{6}\left(2-(-2)\right)^3=\frac{32}{3}$$

よって $S_1:S_2:S_3=\dfrac{4}{3}:\dfrac{61}{48}:\dfrac{129}{16}=\underline{64:61:387}$