山形大学

2015年 工学部 第2問

$\boxed{2}$ 四面体OABCは，$\angle\mathrm{AOB}=\dfrac{\pi}{3}$，$\angle\mathrm{AOC}=\angle\mathrm{BOC}=\dfrac{2}{3}\pi$，$\mathrm{OA}=\mathrm{OB}=2$，$\mathrm{OC}=3$を満たす．点Cから平面OABに下ろした垂線をCHとする．$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とするとき，次の問いに答えよ．

(1) △OABの面積を求めよ．

(2) 内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$，$\vec{b}\cdot\vec{c}$，$\vec{a}\cdot\vec{c}$ の値を求めよ．

(3) $\overrightarrow{\mathrm{CH}}=-\dfrac{1}{2}\vec{a}-\dfrac{1}{2}\vec{b}-\vec{c}$ を示せ．

(4) 四面体OABCの体積を求めよ．