



2014年 理学部（数学・情報数理）第1問

1 袋の中に、赤玉が3個、白玉が7個が入っている。袋から玉を無作為に1つ取り出し、色を確認してから、再び袋に戻すという試行を行う。この試行を N 回繰り返したときに、赤玉を A 回（ただし $0 \leq A \leq N$ ）取り出す確率を $p(N, A)$ とする。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) 確率 $p(N, A)$ を N と A を用いて表せ。

(2) N が10の倍数、すなわち $N = 10n$ となる自然数 n があるとする。確率 $p(10n, 0)$, $p(10n, 1)$, \dots , $p(10n, 10n)$ のうち、一番大きな値は $p(10n, 3n)$ であることを次の手順により証明せよ。

(i) 0以上の整数 a , 自然数 b に対して, $\frac{b!}{a!} \leq b^{b-a}$ を示す。ただし $0! = 1$ とする。

(ii) 0以上 $10n$ 以下の整数 m に対して, $\frac{p(10n, m)}{p(10n, 3n)} \leq 1$ を示す。