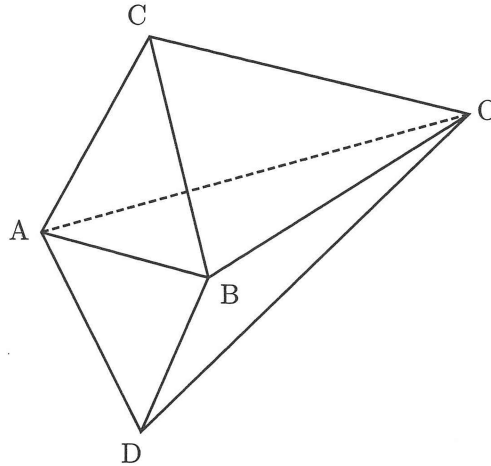


2015年工学部第1問

1 四面体 $OABC$ において、三角形 ABC は1辺の長さが1の正三角形であり、 $OA = OB = OC = 2$ とする。また、点 C を通り平面 OAB に垂直な直線上に点 D があり、線分 CD の中点 H は平面 OAB に含まれるとする。すなわち、点 D は平面 OAB に関して、点 C と対称な点である。



$\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$ とおいて、次に答えよ。

- (1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ および $\vec{BC} \cdot \vec{a}$ を求めよ。
- (2) \vec{OH} を \vec{a} , \vec{b} で表せ。また、 \vec{OD} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} で表せ。
- (3) 直線 BH と直線 OA の交点を P とする。 \vec{BP} を \vec{a} , \vec{b} で表し、 $\vec{BP} \cdot \vec{a}$ を求めよ。さらに、 OP および BP の長さを求めよ。
- (4) (3) で定めた点 P に対して、四角形 $BCPD$ の面積 S を求めよ。また、四角錐 $O-BCPD$ の体積 V を求めよ。