

2015年 文系F日程 第3問

3 以下の問に答えよ。

(1) 関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ は、 $x = 3$ で極小値 -1 をとり、 $x = 1$ で極大値をとる。このとき、 $a = \boxed{\text{ニヌ}}$ 、 $b = \boxed{\text{ネ}}$ 、 $c = \boxed{\text{ノハ}}$ であり、極大値は $\boxed{\text{ヒ}}$ である。

(2) 関数 $g(x) = x^3 - ax^2 + 3ax + 4a^2$ が極値をとらないとき、定数 a のとりうる値の範囲は、 $\boxed{\text{フ}} \leq a \leq \boxed{\text{ヘ}}$ である。

$$(1) f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

一方、 $x = 3$ と $x = 1$ で極値をとることから、 $f'(x) = 3(x-3)(x-1)$
 $= 3x^2 - 12x + 9$

と表せる。係数を比較して、 $a = -6$ 、 $b = 9$ //

このとき、 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + c$

$\therefore f(3) = 27 - 54 + 27 + c = -1 \quad \therefore \underline{c = -1}$ //

極大値は、 $f(1) = 1 - 6 + 9 + c = \underline{3}$ //

$$(2) g'(x) = 3x^2 - 2ax + 3a$$

$g(x)$ が極値をとらないのは、 $g'(x) = 0$ が異なる2つの実数解をもたないとき。

すなわち、 $g'(x) = 0$ の判別式を D とすると、 $D \leq 0$ のとき。

$$\therefore D/4 = a^2 - 3 \cdot 3a \leq 0$$

$$a(a-9) \leq 0$$

$$\therefore \underline{0 \leq a \leq 9}$$
 //