



2013年教育・経済学部第4問

4  $\triangle O_1A_1B_1$  において辺  $A_1B_1$ ,  $B_1O_1$ ,  $O_1A_1$  の中点をそれぞれ  $O_2$ ,  $A_2$ ,  $B_2$  とする. 次に,  $\triangle O_2A_2B_2$  において辺  $A_2B_2$ ,  $B_2O_2$ ,  $O_2A_2$  の中点をそれぞれ  $O_3$ ,  $A_3$ ,  $B_3$  とする. これをくり返して,  $\triangle O_nA_nB_n$  において辺  $A_nB_n$ ,  $B_nO_n$ ,  $O_nA_n$  の中点をそれぞれ  $O_{n+1}$ ,  $A_{n+1}$ ,  $B_{n+1}$  とする. ただし,  $n = 1, 2, 3, \dots$  である. また,  $\vec{O_1A_1} = \vec{a}$ ,  $\vec{O_1B_1} = \vec{b}$ ,  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = \sqrt{6}$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{3}{2}$  である. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1)  $\triangle O_1A_1B_1$  の重心を  $G$  とするとき,  $|\vec{GO_1}|$ ,  $|\vec{GA_1}|$ ,  $|\vec{GB_1}|$  の値を求めよ.
- (2)  $\triangle O_nA_nB_n$  の重心が  $G$  であることを, 数学的帰納法を用いて証明せよ.
- (3)  $\triangle O_nA_nB_n$  が  $G$  を中心とする半径  $10^{-4}$  の円の内部に含まれる最小の  $n$  の値を求めよ. ただし,  $\log_{10} 2 = 0.3010$  とする.