



2017年理系第1問



1 次の問いに答えよ。

(1) 定積分  $\int_1^2 \left(1 - \frac{1}{x}\right) dx$  を求めよ。(2)  $t > 0$  とする。座標平面上の点  $P(\sqrt{t}, \log t)$  と直線  $y = x$  との距離が最小になる  $t$  の値とそのときの距離を求めよ。

$$\begin{aligned} (1) \int_1^2 \left(1 - \frac{1}{x}\right) dx &= [x - \log x]_1^2 \\ &= 2 - \log 2 - 1 \\ &= \underline{1 - \log 2} \quad // \end{aligned}$$

(2) 求めるキョリを  $f(t)$  とおくと、点と直線のキョリ公式より

$$f(t) = \frac{|\sqrt{t} - \log t|}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot |\sqrt{t} - \log t|$$

ここで、 $g(t) = \sqrt{t} - \log t$  ( $t > 0$ ) とおくと。

$$g'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} - \frac{1}{t} = \frac{\sqrt{t} - 2}{2t}$$

$t$	(0)	...	4	...
$g'(t)$		-	0	+
$g(t)$		↘	$2 - 2\log 2$	↗

∴ 増減表より、 $g(t)$  は  $t=4$  のとき最小値をとる

$$\text{その値は、} 2(1 - \log 2) > 0$$

よって、 $f(t)$  の最小値は、 $\underline{\frac{\sqrt{2}}{2}(1 - \log 2)}$  ( $t=4$  のとき) //