琉球大学

2016年 文系 第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ 座標平面上の原点O，$P\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\ \frac{1}{2}\right)$，$Q\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},\ \frac{1}{2}\right)$ の3点を通る放物線 $y=ax^2+bx+c$ を C_1 とし，原点Oを中心とする半径1の円を C_2 とする．次の問いに答えよ．

(1) a，b，c の値を求めよ．

(2) 放物線 C_1 と線分PQで囲まれた図形の面積を求めよ．

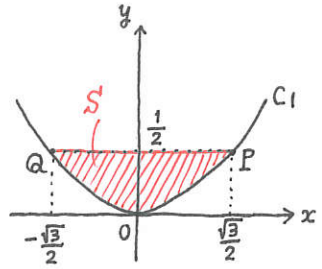
(3) 放物線 C_1 と円 C_2 で囲まれた図形のうち，放物線 C_1 の上側の部分の面積を求めよ．

(1) C_1 は O を通るので，$c=0$ …①

C_1 は P を通るので，$\frac{3}{4}a+\frac{\sqrt{3}}{2}b+c=\frac{1}{2}$ …②

C_1 は Q を通るので，$\frac{3}{4}a-\frac{\sqrt{3}}{2}b+c=\frac{1}{2}$ …③

①,②,③より，$\underline{a=\frac{2}{3},\ b=c=0}$ //



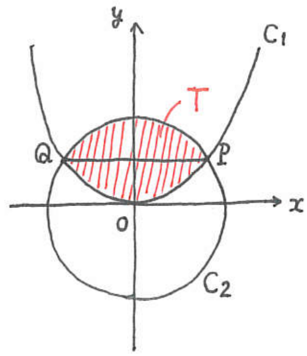
(2) $S=\int_{-\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\frac{1}{2}-\frac{2}{3}x^2\,dx$

$=2\int_{0}^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\frac{1}{2}-\frac{2}{3}x^2\,dx$

$=2\left[\frac{x}{2}-\frac{2}{9}x^3\right]_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

$=2\left(\frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{2}{9}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$=\underline{\frac{\sqrt{3}}{3}}$ //



(3) $T=\frac{\sqrt{3}}{3}+\pi\cdot1^2\cdot\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\cdot1\cdot1\cdot\sin120^\circ$

$=\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}$

$=\underline{\frac{\sqrt{3}}{12}+\frac{\pi}{3}}$ //