

2015年国際教養学部 第1問



1 数列  $a_n$  を  $a_n = n \left( \frac{81}{100} \right)^n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) により定義する。

- (1)  $\frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$  となる  $n$  の最小値は 5 ア である。 0.03
- (2)  $\log_{10} a_{11}$  を小数第3位を四捨五入して得られる値は イ イ である。
- (3)  $a_n < 1$  をみたす  $n$  を小さいものから順に  $n_1, n_2, n_3, n_4, \dots$  とおく。  $n_4$  は ウ ウ である。ただし、 $\log_{10} 3 = 0.4771, \log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 1.1 = 0.0414$  であることを利用してよい。

$$(1) \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{(n+1) \cdot \left( \frac{81}{100} \right)^{n+1}}{n \cdot \left( \frac{81}{100} \right)^n} = \frac{81n+81}{100n} \quad \text{であるから,}$$

$$\frac{81n+81}{100n} < 1 \quad \text{よって, } 19n > 81 \quad n > \frac{81}{19} \quad \therefore n \text{ の最小値は } n=5 //$$

$$(2) \log_{10} a_{11} = \log_{10} 11 \cdot \left( \frac{9}{10} \right)^{22}$$

$$= \log_{10} 11 + 22 \log_{10} \frac{9}{10}$$

$$= \log_{10} 1.1 \times 10 + 22 \log_{10} 9 - 22$$

$$= \log_{10} 1.1 + 44 \log_{10} 3 - 21$$

$$= 0.0414 + 44 \times 0.4771 - 21$$

$$= 0.0338$$

小数第3位を四捨五入して, 0.03 //

$$(3) a_1 = 0.81, a_2 = 1.3122$$

また, (1) より,  $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4 \leq a_5 > a_6 > a_7 > \dots$

$$\log_{10} a_{11} \doteq 0.03 > 0 \quad \text{より, } a_{11} > 1$$

$$\text{また, } \log_{10} a_{12} = \log_{10} 12 \cdot \left( \frac{9}{10} \right)^{24} = 2 \log_{10} 2 + 49 \log_{10} 3 - 24 = -0.0201 < 0 \quad \therefore a_{12} < 1$$

よって,  $n_1 = 1, n_2 = 12, n_3 = 13, n_4 = 14 //$