



2014年工・薬学部 第6問

数理
石井

6 関数 $f(x) = 2x - 1 + 2\cos^2 x$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$) について、次の問いに答えよ。

- (1) 曲線 $y = f(x)$ の変曲点を求めよ。
 (2) 曲線 $y = f(x)$ の変曲点における接線と曲線 $y = f(x)$ および y 軸とで囲まれる部分の面積を求めよ。

$$\begin{aligned} (1) f'(x) &= 2 + 2(-\sin x \cos x \cdot 2) \\ &= 2 - 4 \sin x \cos x \\ &= 2(1 - \sin 2x) \end{aligned}$$

$$\therefore f'(x) = 0 \text{ となるのは, } x = \frac{\pi}{4}$$

$$\begin{aligned} f''(x) &= -2 \cdot 2 \cos 2x \\ &= -4 \cos 2x \end{aligned}$$

$$\therefore f''(x) = 0 \text{ となるのは, } x = \frac{\pi}{4}$$

x	0	...	$\frac{\pi}{4}$...	$\frac{\pi}{2}$
$f'(x)$		+	0	+	
$f''(x)$		-	0	+	
$f(x)$	1	↗	$\frac{\pi}{2}$	↗	$\pi-1$

∴ 増減表より、変曲点は $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$

(2)

$$\begin{aligned} S &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{\pi}{2} - (2x - 1 + 2\cos^2 x) \right) dx \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{\pi}{2} + 1 \right) - 2x - 2 \cdot \frac{1 + \cos 2x}{2} dx \\ &= \left[\left(\frac{\pi}{2} + 1 \right)x - x^2 - x - \frac{1}{2} \sin 2x \right]_0^{\frac{\pi}{4}} \\ &= \left(\frac{\pi}{2} + 1 \right) \cdot \frac{\pi}{4} - \frac{\pi^2}{16} - \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \\ &= \frac{\pi^2}{16} - \frac{1}{2} \end{aligned}$$

