

2014年第1問



1 $a-b-8$ と $b-c-8$ が素数となるような素数の組 (a, b, c) をすべて求めよ.

$$a-b-8 = p, \quad b-c-8 = q \quad (p, q \text{ は素数}) \text{ とおくと,}$$

$$a = b+8+p > 2, \quad b = c+8+q > 2 \text{ より, } a, b \text{ は奇数の素数となる}$$

(i) c が奇数の素数のとき

$$a-b-8 = p \text{ より, } p \text{ は偶数, 同様に } q \text{ も偶数}$$

$$\text{すなわち, } a-b=10, \quad b-c=10$$

① $b=3k+1$ の場合. $c = b-10 = 3k-9 = 3(k-3)$ となり.

$$c \text{ は } 3 \text{ の倍数 } \quad c: \text{素数より } c=3$$

$$b-c=10 \text{ より, } b=13, \quad a-b=10 \text{ より } a=23 \quad \therefore (a, b, c) = (23, 13, 3)$$

② $b=3k+2$ の場合. $a = b+10 = 3(k+4)$ $\therefore a$ は3の倍数

$$a: \text{素数より } a=3 \text{ とは } a=b+10 > 3 \text{ とは } \text{不適}$$

③ $b=3k$ の場合. $b=3$ とは $b=c+10 > 3$ とは 不適

(ii) $c=2$ のとき.

$$a-b-8 \text{ が偶数であることから } a-b=10, \text{ 更に, } b=10+q$$

$$a=20+q \text{ とは } q \text{ は } 3 \text{ で割ると余りが } 0 \text{ または } 2 \text{ の素数}$$

$$b=10+q \text{ とは } q \text{ は } 3 \text{ で割ると余りが } 0 \text{ または } 1 \text{ の素数}$$

$$\text{よって } q: \text{素数より } q=3$$

$$\text{このとき, } (a, b, c) = (23, 13, 2)$$

(i), (ii) から, $(a, b, c) = (23, 13, 2), (23, 13, 3)$