



2010年 理学部・医学部 第4問

4 xy 平面上の原点を中心として半径1の円 C を考える. $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ とし, C 上の点 $(\cos \theta, \sin \theta)$ を P とする. P で C に接し, さらに y 軸と接する円でその中心が円 C の内部にあるものを S とし, その中心 Q の座標を (u, v) とする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) u と v をそれぞれ $\cos \theta$ と $\sin \theta$ を用いて表せ.
- (2) $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ としたとき, 点 Q の軌跡の式を求めよ. さらに, その軌跡を図示せよ.
- (3) 円 S の面積を $D(\theta)$ とするとき, 次の値を求めよ.

$$\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{D(\theta)}{\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)^2}$$