

2014年理系第5問

5  $xy$  平面上の曲線  $C: y = x^3 + x^2 + 1$  を考え、 $C$  上の点  $(1, 3)$  を  $P_0$  とする。  $k = 1, 2, 3, \dots$  に対して、点  $P_{k-1}(x_{k-1}, y_{k-1})$  における  $C$  の接線と  $C$  の交点のうちで  $P_{k-1}$  と異なる点を  $P_k(x_k, y_k)$  とする。このとき、 $P_{k-1}$  と  $P_k$  を結ぶ線分と  $C$  によって囲まれた部分の面積を  $S_k$  とする。

- (1)  $S_1$  を求めよ。
- (2)  $x_k$  を  $k$  を用いて表せ。
- (3)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{S_k}$  を求めよ。