



2012年 第1問

1 四面体 $OABC$ において

$$OA = 1, \quad OB = 3, \quad OC = 2, \quad \angle AOB = 90^\circ, \quad \angle AOC = \angle BOC = 120^\circ$$

とする. $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおく. 次の問いに答えよ.

- (1) 平面 ABC 上に点 H をとり, s, t, u を実数として $\overrightarrow{OH} = s\vec{a} + t\vec{b} + u\vec{c}$ とおく. このとき, $s+t+u=1$ となることを示せ.
- (2) (1) の \overrightarrow{OH} が平面 ABC に垂直であるとき, s, t, u の値をそれぞれ求めよ.
- (3) 平面 OAB 上に点 K をとり, \overrightarrow{CK} が平面 OAB に垂直であるとする. このとき, \overrightarrow{OK} を \vec{a}, \vec{b} で表し, CK の大きさと四面体 $OABC$ の体積を求めよ.