

2016年農・文化教育学部 第3問

3 Oを原点とする座標平面上に2点A(4, 0), P(t, 0)をとる。ただし, $0 < t < 4$ とする。さらに放物線 $C: y = -x^2 + 7x$ 上に2点B(4, 12), $Q(t, -t^2 + 7t)$ をとる。△APBの面積を $f(t)$ とし, 放物線C, 線分PQ, 線分OPによって囲まれた図形の面積を $g(t)$ とする。このとき, 次の問に答えよ。

- (1) $f(t)$ を t を用いて表せ。
 (2) $g(t)$ を t を用いて表せ。
 (3) $h(t) = f(t) + g(t)$ とおく。 $0 < t < 4$ における $h(t)$ の最小値とそのときの t の値を求めよ。

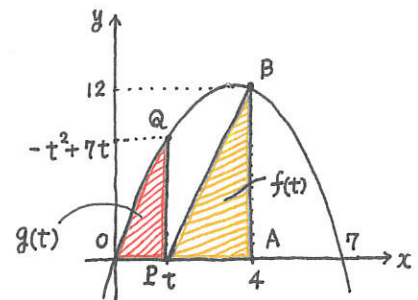
$$\begin{aligned} (1) f(t) &= \frac{1}{2} \cdot (4-t) \cdot 12 \\ &= \underline{-6t + 24} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) g(t) &= \int_0^t -x^2 + 7x \, dx \\ &= \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{7}{2}x^2 \right]_0^t \\ &= \underline{-\frac{1}{3}t^3 + \frac{7}{2}t^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) h(t) &= -\frac{1}{3}t^3 + \frac{7}{2}t^2 - 6t + 24 \\ h'(t) &= -t^2 + 7t - 6 \\ &= -(t-1)(t-6) \end{aligned}$$

右の増減表より

$$\underline{\text{最小値は, } t=1 \text{ のとき, } \frac{127}{6}}$$



t	(0)	...	1	...	(4)
$h'(t)$		-	0	+	
$h(t)$			↓		↑

極小