



2016年農・文化教育学部 第2問

 数理
石井

2 空間に3点 $A(1, 2, 6)$, $B(7, 0, 9)$, $C(s, t, 0)$ がある。ただし, s, t は実数とする。このとき, 次の問に答えよ。

- (1) 内積 $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ を s と t を用いて表せ。
 (2) $|\vec{AB}| = |\vec{AC}|$ となるときの, s と t の関係式を求めよ。
 (3) $\triangle ABC$ が $\angle BAC = 90^\circ$ の直角二等辺三角形となるときの, s と t の値を求めよ。

$$(1) \vec{AB} = (6, -2, 3), \vec{AC} = (s-1, t-2, -6)$$

$$\begin{aligned} \therefore \vec{AB} \cdot \vec{AC} &= 6(s-1) - 2(t-2) - 18 \\ &= \underline{6s - 2t - 20} \quad \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$$(2) |\vec{AB}|^2 = 6^2 + (-2)^2 + 3^2 = 49, \quad |\vec{AC}|^2 = (s-1)^2 + (t-2)^2 + (-6)^2 = s^2 - 2s + t^2 - 4t + 41$$

$$|\vec{AB}| = |\vec{AC}| \text{ より, } |\vec{AB}|^2 = |\vec{AC}|^2 \text{ なので}$$

$$s^2 - 2s + t^2 - 4t + 41 = 49 \quad \therefore \underline{s^2 - 2s + t^2 - 4t - 8 = 0} \quad \dots \textcircled{2}$$

(3) $\triangle ABC$ が $\angle BAC = 90^\circ$ の直角二等辺三角形となるときの,

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0 \quad \text{かつ} \quad |\vec{AB}| = |\vec{AC}|$$

$$\textcircled{1} = 0 \text{ より, } t = 3s - 10$$

これを $\textcircled{2}$ に代入して,

$$s^2 - 2s + (3s - 10)^2 - 4(3s - 10) - 8 = 0$$

$$\therefore 10s^2 - 74s + 132 = 0$$

$$\therefore 2(s-3)(5s-22) = 0$$

$$\therefore s = 3, \frac{22}{5}$$

$$\textcircled{1} \text{ より, } s = 3 \text{ のとき, } t = -1$$

$$s = \frac{22}{5} \text{ のとき, } t = \frac{16}{5}$$

$$\therefore \underline{(s, t) = (3, -1), \left(\frac{22}{5}, \frac{16}{5}\right)}$$