

2013年理系第2問

2 A, B, P を実数を成分とする2次の正方行列とする. P は逆行列をもち, $P^{-1}AP$ の(1, 2)成分と(2, 1)成分は0となるものとする. $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & a_2 \end{pmatrix}$, $P^{-1}BP = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix}$ とおく. 以下の問いに答えなさい.

(1) $a_1 \neq a_2$ かつ $AB = BA$ が成り立つとき, $b_2 = b_3 = 0$ であることを示しなさい.

(2) $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} c & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ とするとき, a_1, a_2, c の値を求めなさい.

(3) A, P を(2)で与えた行列とし, $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ とする. 正の整数 m, n に対し, $(A^m + B^m)^n$ を求めなさい.