

2011年医学部第2問

2 行列 A と E を

$$A = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

とする。以下の問いに答えよ。

(1) 行列 $(E - A)^{-1}$ を求めよ。(2) 零ベクトルでないベクトル $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ に対して

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

とおくとき、

$$\sqrt{X^2 + Y^2} = r\sqrt{x^2 + y^2}$$

をみたす r を求めよ。(3) ベクトル $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$ が与えられたとき、ベクトル $\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$ を次のように定める。

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_{n-1} \\ y_{n-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ と $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n$ を求めよ。